

<b>Etkinlik No</b>	8
<b>Ders Adı</b>	Matematik
<b>Sınıf Düzeyi</b>	10-11. Sınıflar arası
<b>Etkinlik Adı</b>	Doğrusal Denklem Sistemleri ve Matrisler
<b>Süre</b>	40'
<b>Strateji, Yöntem ve Teknikler</b>	Sunuş yoluyla öğretim, problem çözme, tartışma.
<b>Materyal/Araç Gereç</b>	Kalem, kâğıt.
<b>Disiplinler arası Boyut</b>	Bilişim teknolojileri.
<b>Kazanımlar</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>İki bilinmeyenli doğrusal denklem sistemlerini matrislerle ifade eder.</li> <li>Matrislerden yararlanarak iki bilinmeyenli doğrusal denklem sistemlerinin çözüm kümelerini bulur.</li> </ol>
<b>Hazır Bulunuşluk ve Ön Hazırlık</b>	<p>İki bilinmeyenli lineer denklem sistemi hatırlatılır.</p> <p>Lineer bağımlılık ve bağımsızlıktan bahsedilir.</p> <p>Matris kavramı anlatılır.</p> <p>Matrislerde çarpma işlemi anlatılır.</p> <p>Matris determinantı bulma anlatılır.</p>
<b>Öğrenme Öğretme Süreci</b>	<p>Herhangi iki bilinmeyenli denklem sistemi (lineer bağımsız) yazılarak öğrencilerden çözümünü yapması beklenir.</p> $\begin{array}{r} x + y = 5 \\ x - y = 3 \\ \hline x = 4 \\ y = 1 \end{array}$ <p>Denklem sisteminin matris gösterimi yapılır.</p> $\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}}_B$ <p>A ve B matrisleri birleştirilip elemanter satır işlemleri ile A matrisindeki elemanlar sıfır yapılmaya çalışılır.</p> $\left[ \begin{array}{cc c} 1 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 3 \end{array} \right]$ <p>2. satırı 1. Satıra ekle, 1. Satır yerine yaz</p> $\left[ \begin{array}{cc c} 2 & 0 & 8 \\ 1 & -1 & 3 \end{array} \right]$ <p>1. satırı (-1/2) ile çarp 2. Satıra ekle</p> $\left[ \begin{array}{cc c} 2 & 0 & 8 \\ 0 & -1 & -1 \end{array} \right]$ <p>A matrisinin köşegen üzerindeki elemanları hariç 0 yapıldı.</p>

Denklem sisteminin matris formunu son bulduklarımızla yeniden yazarsak,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}}_B$$

Elde edilir. Matris çarpımı yaparsak

$$\begin{bmatrix} 2x \\ -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Matrislerin eşitliğinden

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

$$-y = -1$$

$$y = 1$$

Bulunur.

Bir 2x2 matrisin determinantının bulunuşu gösterilir.

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - b \cdot c$$

2 bilinmeyenli denklem sisteminin Cramer kuralı ile çözümünü gösterilir.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}}_B$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - 1 \cdot 1 = -2$$

$$x = \frac{\Delta_1}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{-5 - 3}{-2} = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$y = \frac{\Delta_2}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{3 - 5}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$$

Her üç yöntemde çıkan sonuçların aynı olduğu görülür.

Öğrencilerden, Cramer kuralı ile doğrusal denklem çözümü yapabilecek Exel hesaplama tablosu yapmaları istenir. Bunun için bilişim teknolojileri dersinden yardım alınır.

Üç bilinmeyenli veya daha çok bilinmeyenli doğrusal denklem sistemlerinde matris metodunun kullanılıp kullanılmayacağı öğrencilere sorulur. Denemeler yapmaları için teşvik edilir.

**Ölçme ve Değerlendirme**

$$x + y = 2$$

$$2x + y = 5$$

	<p>Denklemler sisteminin çözümünü gösterilen üç yöntemle (yok etme, Matris satır sütun işlemleri, Cramer kuralı) bulunuz.</p> <p>Excel hesaplama tablosu ile çözümü bularak karşılaştırınız.</p> <p>Farklı doğrusal denklem sistemleri yazarak hesaplamalar yapılır, sonuçlar yorumlanır.</p> <p>Öğrencilerin çıkan sonuçları aşağıdaki gibi genelleyip yorumlamaları istenir:</p> <p><math> A  \neq 0</math> İse doğrusal denklem sisteminin tek çözümü vardır.</p> $x_1 = \frac{\Delta_1}{ A }, x_2 = \frac{\Delta_2}{ A }$ <p>Doğru grafikleri tek noktada kesişir.</p> <p><math> A  = 0</math> ve <math>\Delta_1, \Delta_2</math> lerden birisi sıfırdan farklı ise doğrusal denklem sisteminin çözümü yoktur.</p> <p>Doğru grafikleri paraleldir.</p> <p><math> A  = 0</math> ve <math>\Delta_1 = \Delta_2 = 0</math> ise doğrusal denklem sisteminin sonsuz çözümü vardır.</p> <p>Doğru grafikleri çakışıktır.</p>
<b>Kaynakça</b>	[1] Komisyon, TC Milli Eğitim Bakanlığı 11 Matematik Ders Kitabı, Ankara, 2007.